# 双排桩开挖过程的改进有限元分析方法

戴北冰<sup>1</sup>, 王成华<sup>1</sup>, 雷 军<sup>2</sup>

(1.天津大学土木工程系, 天津 300072; 2.中国建筑科学研究院建筑结构研究所, 北京 100013)

【摘 要】 在现有的双排桩计算模型上,提出了改进有限元计算方法。在该法中,将被动区的土压力视为弹簧反力,考虑地基反力系数的变化,并将弹簧反力转化成等效结点力且表示成单元结点位移的函数,由此得到弹性地基梁单元矩阵,最后建立平衡方程求解内力和位移;按改进方法,分步开挖考虑了开挖过程中桩体内力和位移的连续性,采用增量法来计算开挖过程的荷载增量。

【关键词】 双排桩;有限元;刚度矩阵;增量法

【中图分类号】 TU463

【文献标识码】 B

【文章编号】 1001-6864(2006)04-0107-04

# MODIFIED FINITE ELEMENT ANALYSIS METHOD OF DOUBLE—ROW PILES WITH CONSIDERATION OF THE EFFECT OF STAGED EXCAVATION

DAI Bei-bing<sup>1</sup>, WANG Cheng-hua<sup>1</sup>, LEI Jun<sup>2</sup>

(1. Civil Engineering School of Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Institute of Building Structures of China Academy of Building Research, Beijing 100013, China)

Abstract:In this passage, a modified finite element method is proposed based on the existing model of double —row piles. The passive earth pressure is treated as equivalent springs' resistance that is equivalently transformed into node load and expressed as a function of element nodes' displacement considering change of the groundsill 'resistance coefficient. Therefore the elastic —groundsill —beam rigid matrix is obtained. Finally the matrix equation can be established to solve the internal force and displacement of piles. Continuity is considered during the course of staged excavation with the modified method, so the increment method is adopted to calculate the increment of the load. Analysis of an example indicates that results can well agree with expectation with reasonable parameters.

Key words: double - row piles; finite element; rigid matrix; increment method

# 0 前言

近年来,随着大量的高层建筑和地下工程的兴起,基坑工程也越来越普遍,基坑的围护形式也很多。其中,有不少工程采用的是两排平行的混凝土桩以及桩顶的冒梁、连梁组成的超静定刚架作为围护结构,即双排桩围护结构。这种围

护结构具有侧向刚度大,能有效限制侧向变形,不需架设支撑,挖土方便等优点。

但是双排桩设计计算比较繁复,受力机理也有待于进一步的研究。为此,本文结合有限元方法,在此基础上作了一定的改进并结合工程实际分析了双排桩围护结构。

从图 6 可以看出,在自重作用下路基结构的应力分布等值线图可见,新老路基交界处存在一个高剪切应力带。

### 3 结语

通过有限元软件 ANSYS, 采用非线形有限元法和弹塑性 DP 模型, 计算分析不同填土高度对新老路基差异沉降的影响, 总结了旧路加宽工程中不均匀沉降的规律。分析结果表明, 在自重作用下新老路基及上承路面结构将出现不均匀沉降变形, 而且沉降变形主要发生在新加宽路基部分。随着填土高度的增加, 新路基的沉降量增加。同时, 在填土高度增加后, 路基的不均匀沉降差增大。通过不同填土高度沉降曲线, 得出新路基的最大沉降值在路肩内侧。通过各部位的应力分析, 在自重作用下路基结构的应力分布等值线图可见,

按规范进行台阶开挖等技术处理,当填方高度过大时,易发生边坡滑塌等病害现象。

#### 参考文献

- [1] 钱劲松,孙力彤,管旭日.老路拓宽差异沉降计算的研究[J]. 兰州铁道学院学报(自然科学版),2003,(4),22.
- [2] 应荣华,何万林,蒋甫,有限元分析老路基拓宽的不均匀沉降 [J].公路与汽运,2005,(4):109
- [3] 蒋鑫,邱延峻·旧路拓宽全过程三维有限元分析[J].工程地质学报.2005,(3):13.

[收稿日期] 2006-03-03

刀分析,在目里作用下路差结构的应刀分布等值线图可见, [作者简介] 王 龖(1977一),男,黑龙江尚志人,硕士研究生,新佬路基葵暑处存值:in介高剪切应力带ur潜饺界处床严格 ublishing House. A 其實驗呈發管中經专业 http://www.cnki.net

# 1 计算原理及假定

- (1) 基坑底部以下土体视为弹性地基,桩体视为放置 在地基中的梁。
- (2) 被动土压力用弹簧反力模拟,即在基坑底部以下的桩体上作用一系列互不相关的弹簧。
- (3) 桩底采用单连杆支座以作为竖直方向的约束。桩 顶部与连梁的连接形式根据工程实际情况可刚接也可铰接。

根据上述假定,将双排桩划分成有限个单元,其中开挖面以下采用弹性地基梁单元,开挖面以上采用一般的梁单元,每隔 1~2m 划分一个单元。然后由各个单元的单元刚度矩阵变换得到总体刚度矩阵,最后根据静力平衡条件,得到基本的平衡方程,从而来求解位移和内力。本文的计算模型如图 1-a 所示,桩顶采用刚接的连接方式。

### 2 改进的平面杆系有限单元法

#### 2.1 单元刚度矩阵

本文中的模型主要涉及两种单元类型,一类是普通梁单元,另一类是弹性地基梁单元。对于第一类普通梁单元,记单元刚度矩阵为 $[K]^e$ ,那么:

$$\{R\}^{e} = [K]^{e} \{\delta\}^{e} \tag{1}$$

式中, $\{R\}^e$  为单元结点力; $\{\delta\}^e$  为结点位移。

另外,对于坑底下部的弹性地基梁单元的刚度矩阵,常规方法是按集中刚度的原则先确定在单元结点处的等效弹簧刚度,然后叠加到总刚。弹簧刚度值为:

$$k = k_{\rm h} bl \tag{2}$$

式中,  $k_h$  为地基水平反力系数; b 为梁的计算宽度; l 为节点相邻单元的平均长度。

如果将上述计算的弹簧刚度按结点位置相应的叠加到总刚,那么只能加到总体刚度矩阵对角线元素上。事实上,这样处理弹性地基梁单元的方法不是十分合理。上述方法只是在结点设置弹簧,没有考虑到被动区土压力也是沿桩体连续分布的,并不等效于各个集中弹簧力的作用,并且等效刚度不是简单的将某个区域的刚度求和。为此,本文提出一种思路就是考虑单元两结点间布满弹簧,再将这些分布的弹簧反力转化为等效结点力,建立弹性地基梁单元结点力与结点位移的关系,最终可得到基于一般梁单元修正后的弹性地基梁单元刚度矩阵。这样,将单刚归入总刚就不会发生矩阵奇异而不可解。

为了便于推导,本文假设单元各点挠度为线性分布。在此前提下,只考虑单元端结点的挠度 $v_i$ 和 $v_j$ 对弹簧反力分布的影响。具体的单元模型如图 1-b 所示:

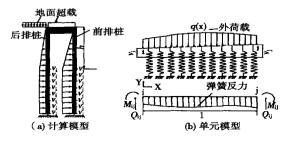


图 1 计算模型与单元模型

依据上述模型,分布弹簧的反力系数用 m 法计算。单元各点的弹簧反力系数按两端的反力系数值线性插值。各点挠度根据假设按端点的挠度值线性插值,则有如下结果.

$$k = k_{\rm i} + \frac{k_{\rm j} - k_{\rm i}}{l} x \tag{3-1}$$

$$v = v_{i} + \frac{v_{i} - v_{i}}{l} x \tag{3-2}$$

式中,  $k_i$ 、 $k_j$  为单元端结点的弹簧反力系数; k 为单元任意一点的弹簧反力系数;  $v_i$ 、 $v_j$  为单元端结点的挠度; v 为单元任意一点的挠度; x 为单元任意一点的位置。

由此,由弹簧反力产生的固端力可以确定如下[1]:

$$Q_{ij}^{'} = \int_{0}^{'} -kvT_{1} dx$$

$$M_{ij}^{'} = \int_{0}^{'} -kvT_{2} dx$$

$$Q_{ji}^{'} = \int_{0}^{'} -kvT_{3} dx$$

$$M_{ji}^{'} = \int_{0}^{'} -kvT_{4} dx$$

$$(4)$$

式中, 
$$T_1 = -(l-x)^2(l+2x)/l^3$$
;  $T_2 = -x(l-x)^2/l^2$ ;  $T_3 = -x^2(3l-2x)/l^3$ ;  $T_4 = (l-x)x^2/l^2$ 。

固端力用矩阵可以写成如下表达式:

$$\{R'\}^{e} = \lceil K'\rceil^{e} \{\delta\}^{e} \tag{5}$$

式中, $\{R'\}^e$  为弹簧反力产生的固端力;

{δ}<sup>e</sup> 为结点位移。

结合(1) 式,弹性地基梁单元则有,

$$\{R_f\}^e - \{R'\}^e = \{R\}^e = [K]^e \{\delta\}^e$$
(6)

式中, $\{R_f\}^e$  为弹性地基梁单元总的结点力列阵; $\{R'\}^e$  为弹簧反力的等效结点力列阵; $\{R\}^e$  为一般梁单元的结点力列阵。将(5) 式代入(6) 式可以得到:

$$\{R_f\}^e = \{\lceil K \rceil^e + \lceil K' \rceil^e\} \{\delta\}^e \tag{7}$$

记 $[K_f]^e = [K]^e + [K']^e$ ,由此得到弹性地基梁的最终单元刚度矩阵 $[K_f]^e$ 为:

$$[K_f]^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12E}{3} + \frac{4k_1l}{15} + \frac{k_2l}{12} & \frac{6El}{2} & 0 & -\frac{12El}{3} + \frac{k_1l}{12} + \frac{k_2l}{15} & \frac{6El}{2} \\ 0 & \frac{6El}{2} + \frac{k_1l}{30} + \frac{k_2l}{60} & \frac{4El}{l} & 0 & -\frac{6El}{2} + \frac{k_1l}{60} + \frac{k_2l}{60} + \frac{k_2l}{60} & \frac{2El}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12El}{3} + \frac{k_1l}{15} + \frac{k_2l}{12} & -\frac{6El}{2} & 0 & \frac{12El}{3} + \frac{k_1l}{12} + \frac{4k_2l}{15} & -\frac{6El}{2} \\ 0 & \frac{6El}{2} - \frac{k_1l}{0} - \frac{k_2l}{60} & \frac{2El}{l} & 0 & -\frac{6El}{2} - \frac{k_1l}{60} - \frac{k_2l}{30} & \frac{4El}{l} \end{bmatrix}$$

$$(8)$$

# 2.2 有限元求解

在求得上面的两种单元的刚度矩阵后,便可按照规则集成系统的总体刚度矩阵。由结点力平衡得到求解方程式:

$$\lceil K \rceil \cdot \{\delta\} = \{P\} \tag{9}$$

式中,[K] 为总体刚度矩阵; $\{\delta\}$  为体系的结点位移向量; $\{P\}$  为体系的等效结点荷载向量,由土压力、水压力等外

# 分步开挖模拟

分步开挖的模拟对于基坑工程来说是一个非常现实的 问题。基坑开挖是一个过程,无论是带支撑的基坑开挖还是 不设置支撑的悬臂支护的基坑开挖,都是分步进行的。悬臂 支护基坑的开挖过程其实也相当于带支撑的开挖,计算中把 支撑的刚度在刚度矩阵中设为零即可。考虑到围护结构在开 挖过程中内力和变形都是连续的[2],即支撑是在经过上一阶 段开挖结构已产生位移后设置的,官采用增量法来确定荷载 增量以模拟分步开挖的过程。

采用增量法时,每一阶段计算得到的内力和位移都是相 对于前一阶段的内力和位移完成后的增量[3],其关键就是每 一阶段荷载增量的确定。对于双排桩,还必须考虑荷载增量 在前、后桩体之间的分配。

一般来说,上层土体挖除后,开挖面下方的土体仍保留 着部分不能卸除的应力,即上层土体的开挖卸荷作用对土层 中的应力影响只是在一定深度内存在,在此深度以下,土中 应力将很少变化。那么,挖土引起的土压力的变化由两部分 组成:第一部分为开挖侧静止土压力的减少引起的荷载增量  $P_1$ ,如图 2-a 所示;第二部分为开挖侧土体的移走引起土体 的抗力释放,从而导致一部分荷载增量  $P_2$ ,如图  $2-\mathbf{b}_2$ 对于 挖除的土体,任何一点释放的土抗力  $P_{21}$  就等于土抗力 P 本 身。对于挖除后下面部分的土体,由于土体弹簧刚度减小发 生软化作用,也有一部分土抗力的释放,任何一点释放的土 抗力为  $P_{22}$ , 具体的计算表达式如下:

$$p_{21} = p \\
 p_{22} = p(1 - \frac{k'}{k})$$
(10)

$$k = my_{i} OCR_{i}^{n} \cdot \alpha$$

$$k' = my_{i+1} OCR_{i+1}^{n} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \left(\frac{\delta_{\text{pult}}}{\delta_{\text{nult}} + \delta_{n}}\right)^{2}$$
(11)

式中,P为此点的土抗力;k为此点在本级开挖前的弹簧 反力系数;k'为此点在本级挖土后土体还没来得及变形时的 弹簧反力系数;α为土体的非线性折减系数;γ;为此点到本 级开挖前开挖侧地面的距离; γ<sub>i+1</sub> 为此点到本级开挖后开挖 侧地面的距离; OCR 为土的超固结比; n 为经验系数; m 为地 基基床系数;  $\delta_{ml}$  为达到极限被动土压力时的结构位移;  $\delta_{nl}$ 为本级开挖前结构的位移。

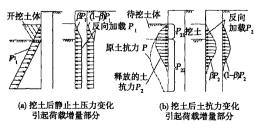


图 2 荷载增量图

对于双排桩,本文按主动土压力分配系数 β 将每一阶段 的荷载增量分配到前、后排桩体上。荷载增量及分配图如图 2 所示(前后排供呈短形布罩)。其中,ic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\beta = \frac{2L}{L_0} - (\frac{L}{L_0})^2 \tag{12}$$

式中,  $L_0 = h_{tq}(45^\circ - \varphi/2)$ ; h基坑开挖深度; L 为双排桩 排距(如图 1 所示); φ 为土体内摩擦角。

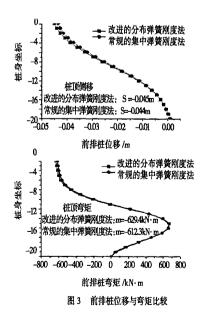
本文的双排桩模型是不带支撑的悬臂结构, 所以分步开 挖的弯矩及位移的模拟结果同一次开挖的结果理论上应该 是一致的。

# 算例分析

笔者按照上述改进的方法编制了程序来模拟悬臂双排 桩分步开挖的过程,对算例结果分析表明上述方法合理可 行。下面是从天津地区的几个实际工程中简化出的一个基本 算例:

- (1) 土性指标:土体粘聚力 c = 12kPa; 内摩擦角  $\varphi =$  $25^{\circ}$ ; 土体重度  $\gamma = 19.2 \text{kN/m}^3$ 。土体平均压缩模量  $E_s =$ 5MPa,不考虑地下水位的影响。采用单一的土层计算。
- (2) 基坑开挖深度为 9.0m, 前后排桩矩形布置, 桩直 径为 $0.8_{\rm m}$ ,桩弹性模量  $E_1 = 7.0 \times 10^7 \, {\rm kN/m}^2$ ,桩间距为 $2_{\rm m}$ ,前 排桩入土深度为 11m, 桩长为 20m。
- (3) 连梁截面尺寸  $b \times h = 800_{mm} \times 600_{mm}$ ,连梁弹件 模量  $E_2 = 7.0 \times 10^7 \, \text{kN/m}^2$ , 两排桩的排距为  $1.6 \, \text{m}$ , 桩顶与连 梁按刚接考虑。
- 弹簧的反力系数计算采用 m 法,  $m = 4000 \text{kN/m}^4$ , (4) 桩底采用单连杆支承约束,以此替代桩土之间摩擦力的作 用,水平向不约束。
- (5) 土压力采用朗肯主动土压力计算,并考虑 10kPa 的 地面施工超载,坑底以上为三角形的分布,基坑底面以下为 矩形分布。

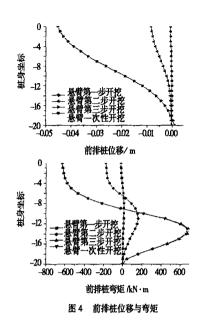
若考虑悬臂一次开挖 9m, 分别采用常规方法和改进方 法计算桩体变形及弯矩。由于篇幅有限,下面仅给出前排桩 的计算结果,如图3所示。



从图 3 可看出, 改进方法计算的桩身弯矩和桩顶位移比 常规的方法稍稍偏大,主要是因为常规方法将弹簧分布刚度 分段集中在结点上导致所有等效弹簧的刚度比分布弹簧偏

大,这样导致桩顶位移和桩身弯矩偏小。因为整个结构有倾覆的趋势,所以对于改进方法,在上部位移偏大时,桩底位移在相反方向偏大。

按照上述改进方法,悬臂开挖如果分步进行,开挖深度分别为2、5、9m。下面给出了前排桩桩身位移和弯矩图。



桩顶位移与弯矩数据表

	桩顶位移/m		桩顶弯矩/kN •m	
	前排桩	后排桩	前排桩	后排桩
一次开挖	-0.0452	-0.0452	-629.39	-582.45
第三步开挖	-0.0455	-0.0455	-631.59	-584.28

从图 4 可以看出, 悬臂分步开挖的最终位移与弯矩和一次开挖的计算结果都非常接近。图形表明: 本文采用的增量法能很好的模拟分步开挖的过程。下面是桩顶处位移和弯矩的数据列表.

由上表知,分步开挖模拟其位移差别在 1%以内,弯矩在 1%以内,结果非常接近。对于带支撑的双排桩围护结构,同样可以采用增量法来模拟分步开挖的过程。

#### 5 结语

- (1) 从简单的矩阵结构力学原理出发,推导出了弹性 地基梁单元的刚度矩阵;
- (2) 改进的有限元方法能更真实的模拟土对桩体的作用:
- (3) 分步开挖采用增量法能真实模拟开挖过程,结果 也能很好的符合;
- (4) 分步开挖模拟同样适用于带支撑结构,在总刚相 应位置加上支撑刚度值即可。

本文基于杆系有限元提出的改进方法,概念明确,适合工程人员使用,并且笔者据此编制了程序。模拟分步开挖中采用增量法的思路是可行的,模拟结果同一次性悬臂开挖结果也很符合。

## 参考文献

- [1] 龙驭球,包世华·结构力学教程[M]·北京:高等教育出版社, 1988
- [2] 刘建航,侯学渊·基坑工程手册[M]·北京,中国建筑工业出版 社,1997.
- [3] 王元湘·深基坑挡土结构的受力分析[J]·土木工程学报, 1998, 31(2):12-20.

「收稿日期] 2006-03-12

[作者简介] 戴北冰(1981-),男,湖北公安人,硕士研究生,从 事基坑支护,地基处理等工作。

# 欢迎订阅《化学建材》(双月刊)

《化学建材》杂志是全国化学建材协调组指定刊物,中国学术期刊综合评价数据库统计源期刊。刊号: ISSN 1004-1672; CN 31-1603/TU。

《化学建材》由上海市建筑科学研究院(集团)有限公司主办,1985年创刊。本刊积极宣传国家推进化学建材产业发展的各项方针政策,及时报道化学建材行业发展的技术信息。主要报道内容:专题综述、建筑塑料(塑料门窗、建筑塑料管)、建筑涂料、建筑胶粘剂、建筑防水材料、混凝土外加剂、建筑保温材料等。

各地邮局均可订阅,**邮发代号** 4-638,读者也可直接汇款至本刊编辑部订阅。定价:每期 7 元,全年订价 42 元。

欢迎刊登广告,本刊广告经营许可证号:3101044000022

地址:上海市市南宛平南路 75号 邮编:200032

电话:(021)64687232、64390809转343;传真:(021)64687232

E—mail: hxjc@sribs·jk·sh·cn hxjcbjb@online·sh·cn

http://hxjc.chinajournal.net.cn

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net